引文格式:梁伟,徐新禹,李建成,等.联合先验模型和航空重力构建局部适用的超高阶重力场模型[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(4):647-655.DOI:10.13203/j.whugis20230002

Citation: LIANG Wei, XU Xinyu, LI Jiancheng, et al. Determination of Gravity Field Models in Regional Area Using Reference Model and Airborne Gravity Data[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(4): 647-655. DOI: 10.13203/j.whugis20230002

联合先验模型和航空重力构建局部适用的超高阶重力场模型

梁 伟[1,5] 徐新禹[2,3,4] 李建成[3,4,5] 黄 剑[1] 李朋远[1]
刘站科[6,7] 陈小英[6,7]

1 北京跟踪与通信技术研究所,北京,100094
2 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079
3 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室,湖北 武汉,430079
4 湖北珞珈实验室,湖北 武汉,430079
5 中南大学,湖南 长沙,410083
6 自然资源部第一大地测量队,陕西 西安,710054
7 自然资源部现代工程测量重点实验室,上海,200092

摘 要:研究联合先验重力场模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型的方法,基于逆Poisson积分向下延拓方法和块对角最小二乘的超高阶重力场建模方法,提出了实用化的解算策略,并使用中国毛乌素测区的实测航空重力数据进行了验证。根据毛乌素的航空重力和地面重力,联合SGG-UGM-2模型,采用不同的解算方案分别计算了适合于毛乌素测区的4个阶次达到3 599和2 159的超高阶模型RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3和RIGM-MWS-4,测区内的GNSS/水准数据的外部精度检验结果说明:融入航空重力数据后,适用于局部区域的模型的大地水准面精度相比先验模型有了显著提升。实验结果验证了所提出的联合先验重力场模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型的思路是合理可行的,可以提升全球模型在局部区域的适用性。

关键词:航空重力;全球重力场模型;局部精化模型

中图分类号:P223 **文献标识码**:A **收稿日期**:2023-01-05

DOI:10.13203/j.whugis20230002 **文章编号**:1671-8860(2025)04-0647-09

Determination of Gravity Field Models in Regional Area Using Reference Model and Airborne Gravity Data

LIANG Wei[1,5] *XU Xinyu*[2,3,4] *LI Jiancheng*[3,4,5] *HUANG Jian*[1] *LI Pengyuan*[1]
LIU Zhanke[6,7] *CHEN Xiaoying*[6,7]

1 Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094, China
2 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China
3 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430079, China
4 Hubei Luojia Laboratory, Wuhan 430079, China
5 Central South University, Changsha 410083, China
6 The First Geodetic Surveying Brigade, Ministry of Natural Resources, Xi'an 710054, China
7 Key Laboratory of Advanced Engineering Surveying, Ministry of Natural Resources, Shanghai 200092, China

Abstract: **Objectives**: We focus on determination of gravity field models in regional areas using reference gravity field model and airborne gravity data. **Methods**: The practical strategy is proposed to improve global models with airborne gravity data based on downward continuation method with the inverse Poisson's inte-

基金项目:国家自然科学基金(42192533,42074019);江西省自然科学基金(20224BAB213048)。

第一作者:梁伟,博士,助理研究员,主要从事空间态势感知、高分辨率重力场模型构建研究。wliang@whu.edu.cn

通信作者:刘站科,博士,高级工程师。LZK_111@163.com

gral and block-diagonal least squares method. The proposed strategy is evaluated in an experiment, in which four regionally improved gravity field models in Chinese Maowusu area RIGM-MWS-1, RIGM-MWS-2, RIGM-MWS-3 and RIGM-MWS-4 are computed with real airborne gravity data, terrestrial gravity data and a reference model SGG-UGM-2. **Results**: The four models are validated with GNSS/leveling data in Maowusu area, which shows that the improved models perform nearly 44.8% better than the reference model in the GNSS/leveling validation. **Conclusions**: The experimental results show that the strategy to improve global gravity field model regionally with airborne gravity data is reliable and airborne gravity data can be valuable observations to improve the global gravity field model in regional area.

Key words: airborne gravity data; global Earth's gravity field model; regionally improved models

当前,国际重力场模型中心发布的超高阶重力场模型有EGM2008[1]、EIGEN-6C4[2]、SGG-UGM-2[3]和XGM2019e[4]等(http://icgem.gfz-potsdam.de/home)。这些模型融入了新一代卫星重力计划长时间段的观测数据,使用了高精度、高分辨率的全球重力异常数据,模型的精度和分辨率相较之前模型(例如EGM96[5]、EIGEN-CG01C[6])有了很大提高[1],可以在全球范围内提供高分辨率、高精度的重力场信息,广泛应用于全球高程基准统一、卫星精密定轨、动态海面地形计算、地球内部构造和板块运动研究等领域。

然而,由于上述模型使用的重力异常数据的精度在不同区域差异很大,甚至在一些无地面重力观测数据的区域,重力异常数据是联合卫星重力场模型和地形数据计算得到的[1],模型精度在不同区域的差异很大。例如GOCO05c模型的全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)/水准检核结果在澳大利亚、巴西、加拿大、欧洲、日本和美国的精度分别为0.105 m、0.219 m、0.163 m、0.138 m、0.217 m和0.262 m。因此,这些公开发布的超高阶重力场模型在一些区域还不能满足高精度的应用需求。如果这些区域有了新的重力观测数据(例如航空重力),可以将公开发布的超高阶重力场模型作为先验模型,联合先验模型和局部重力数据提高先验模型在局部区域的精度,构建适用于局部区域的超高阶重力场模型。

剪接法是计算适用于局部区域重力场模型最流行的方法,该方法利用局部区域的重力数据计算参考模型的改正系数,提高参考模型在局部区域的精度。文献[7]提出并使用该方法计算了伊朗区域的大地水准面模型,文献[8-15]均使用局部地面重力数据和先验重力场模型解算了适用于局部区域的重力场模型。使用剪接法时,一般需要将重力数据归算至参考面,由于航空重力观测的飞行高度一般高于该参考面数千米,将航空重力数据延拓至参考面时会产生延拓误差,直接使用剪接法会带来计算误差。可采用逆Poisson积分[16]、最小二乘配置[17-18]、快速傅里叶变换[19]、直接法[20-21]、矩谐分析[22]等方法将重力数据归算至参考面。随着GNSS技术的发展,局部区域的GNSS/水准数据越来越丰富,这些数据同样可以用于计算适用于局部区域的超高阶重力场模型。文献[23-24]分别根据Stokes边值问题和Molodensky边值问题提出了利用GNSS/水准数据提升模型在局部区域精度的方法。

近年来,航空重力观测技术已逐渐成熟,相对于地面重力观测,航空重力测量可以快速高效地获取高精度重力数据,还可以更便捷地在山区等难以进行地面重力观测的区域开展重力测量。航空重力数据可用于多个区域的局部重力场模型解算,文献[25]使用小波分解方法联合航空重力数据和地面、卫星重力数据构建了局部区域重力场模型,文献[26]使用航空重力数据计算了沿海区域的局部重力场模型。除此之外,航空重力数据也成功应用于多个科学和工程应用:美国大地测量局提出的GRAV-D[27]计划将航空重力数据作为下一代北美大地水准面模型构建的重要数据;国家自然资源部第一大地测量队也开展了航空重力观测,取得了很好的效果,特别是2015年第一大地测量队在中国毛乌素测区开展了复合观测任务,该任务同时进行了航空重力观测、地面重力观测和GNSS/水准观测[28],获取的航空重力数据已成功用于局部大地水准面模型构建[28-29]、重力梯度扰动张量构建[30]、地球物理勘探[31]等领域。

航空重力测量能快速高效地获取局部区域的高精度重力数据,数据可用于计算适用于局部区域的超高阶重力场模型。EGM2008[1]模型中融入了部分区域的航空重力数据,然而并没有介绍航空重力数据融入模型的计算方法,也没有分析融入航空重力数据后全球模型在局部区域适

用性的提升效果,此外,尚未发现其他论文关注利用航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶模型开展研究。针对这一问题,本文研究了联合先验重力场模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型的方法,基于逆Poisson积分向下延拓方法和块对角最小二乘的超高阶重力场建模方法,提出了实用化的解算策略,并使用毛乌素测区的实测航空重力数据进行了验证。

1　理论与方法

1.1　基本思路

重力异常观测值$\Delta g_{r,\vartheta,\lambda}$的地球重力场模型球谐展开式为[32]:

$$\Delta g_{r,\vartheta,\lambda}=\frac{GM}{r^2}\sum_{n=2}^{\infty}(n-1)\left(\frac{a}{r}\right)^n\sum_{m=0}^{n}\left(\bar{C}_{nm}\cos(m\lambda)+\bar{S}_{nm}\sin(m\lambda)\right)\bar{P}_{nm}(\cos\vartheta) \tag{1}$$

式中,G、M是地球引力常量;a是参考椭球的长半轴;(r,ϑ,λ)为球坐标;$\bar{C}_{nm}$、$\bar{S}_{nm}$是扰动位的球谐系数;$\bar{P}_{nm}$是完全正规化的勒让德函数;n、m分别是勒让德函数和球谐系数的阶和次。

如果有全球分布的重力异常数据,根据式(1)可以建立其观测方程,在最小二乘准则下求解得到扰动位系数,扰动位系数加上正常位系数即可得到待求的重力场模型球谐系数[32]。根据航空重力数据的特点,本文提出了计算适用于局部区域超高阶重力场模型的解算方案,如图1所示。

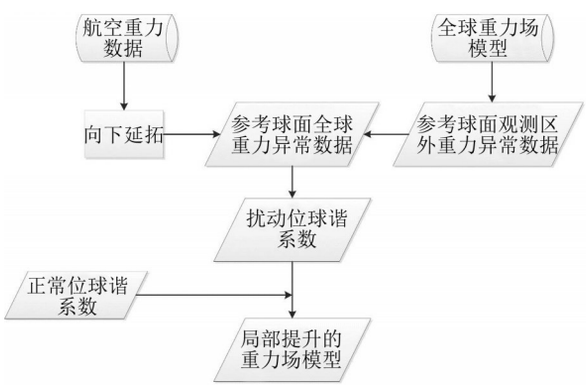


图1　使用先验全球模型和航空重力数据计算适用于局部区域超高阶模型的计算方案

Fig. 1　Computation Scheme of Determination of Regional Gravity Field Models Using Reference Model and Airborne Gravity Data

1)将航空观测高度处的重力观测数据归算到一个参考球面上。理论上,可以直接使用航空观测面上的重力异常数据求解重力场模型系数,然而原始的航空重力数据是在航空观测高度处高采样率的重力数据,直接建立的法方程矩阵为全矩阵,法方程非常庞大,相应的计算任务也十分庞大,对于目前解算2 160阶次的模型可行性低。通常的做法是获得球面上规则格网的数据,从而可采用数值积分、块对角最小二乘方法等快速算法解算。为了满足这个要求,同时考虑航空重力数据向下延拓误差放大的特点,本文提出选择半径小于航空观测数据点的最小地心向径且距离航空重力观测面较为接近的球面作为参考面。同时,根据多次实验的经验,本文建议选取的参考球面的半径比航空观测数据对应的最小地心向径小100 m以内。

本文采用迭代法[33]求解逆Poisson积分方程将重力数据向下延拓,原理和方法将在§2.2中介绍。

2)使用先验全球重力场模型计算所选参考球面上的重力异常数据,并用步骤1)中延拓得到的参考球面上的局部重力数据替换该区域的模型计算值,得到参考球面上全球分布的格网重力异常数据Δg^*。

3)得到参考球面上的重力异常数据后,使用块对角最小二乘方法计算局部精度提升的重力场模型系数。

式(1)建立了球面重力异常数据Δg^*和待求系数$(\bar{C}_{nm},\bar{S}_{nm})$之间的线性关系,可建立观测方程:

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{L} \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{v}$是观测值残差向量;$\boldsymbol{A}$是设计矩阵;$\boldsymbol{L}$是重力异常观测值向量;$\hat{\boldsymbol{x}}$是待求系数改正数向量。设计矩阵的元素是根据式(1)计算的观测数据对球谐系数的偏导数,它建立了观测数据与待求系数的线性关系。

使用式(2)解算超高阶重力场模型时,若不考虑观测数据的均匀分布和求解参数的特殊排列,直接构建的法方程维数庞大,例如,计算2 160阶的重力场模型系数时,法方程的维数是4 669 917×4 669 917。此时,通常采用块对角最小二乘方法减小计算量[1-3],并使用并行计算技术进一步提高块对角最小二乘方法的计算效率[3]。

4)将步骤3)计算得到的扰动位系数加上正常位系数后即可得到待求的重力场模型系数。

本文将计算的适用于局部区域的超高阶模型称为局部提升模型、局部精化模型或局部改进模型(regionally improved geopotential model,RIGM)。

1.2 航空重力观测数据的逆Poisson积分向下延拓方法

本文的Poisson积分公式为[32]:

$$\Delta g_{r,\vartheta,\lambda}=\frac{R^2(r^2-R^2)}{4\pi r}\cdot\int_{\lambda'=0}^{2\pi}\int_{\vartheta'=0}^{\pi}\frac{1}{l^3}\Delta g_{R,\vartheta',\lambda'}\sin\vartheta'\mathrm{d}\vartheta'\mathrm{d}\lambda' \tag{3}$$

式中,$\Delta g_{r,\vartheta,\lambda}$为航空观测高度处的重力异常数据;$\Delta g_{R,\vartheta',\lambda'}$为参考球面上的重力异常数据;$R$为内部球的半径。

Poisson积分公式建立了航空观测高度处重力异常数据和球面重力异常数据之间的关系。在实际使用中需要将式(3)离散化,离散化后的矩阵形式为[16]:

$$Bf=g \tag{4}$$

式中,B是根据式(3)计算的系数矩阵;g是航空观测高度的重力异常数据;f是球面上的重力异常数据。

采取一定的方法求解式(4)即可得到球面上的重力数据,常用的稳定求解方法有迭代方法[16,33-36]、Tikhonov正则化方法[37-38]等。

本文使用迭代方法求解逆Poisson积分,将式(4)中的系数矩阵B替换为$B=I-A$[16]:

$$f=Af+g \tag{5}$$

这样可以将球面上的重力异常数据表示为航空重力数据的函数,式(5)是迭代的基本式,球面重力异常f的下标i表示迭代解,可得:

$$f_i=Af_{i-1}+g \tag{6}$$

根据式(6)进行迭代计算时,初值f_0为航空观测面的重力异常数据,即$f_0=g$,迭代收敛后的迭代解即为延拓到球面上的重力异常数据,文献[28,32]给出了具体的迭代过程,分析了迭代的误差,证明该方法可以满足当前重力异常延拓的精度需求。

2 数值计算与分析

2.1 毛乌素测区测量任务概况

2015年4月17日至6月11日,自然资源部第一大地测量队在毛乌素区域进行了航空重力测量、地面重力测量和GNSS/水准综合观测任务[28,30],毛乌素测区位于中国陕西省和内蒙古自治区的交界处,测区分布在109°13′E—110°32′E、38°46′N—39°20′N范围内,图2为使用SRTM[39]数据绘制的测区地形图,测区高程的最大值、最小值和平均值分别为2 420 m、730 m和1 248 m。

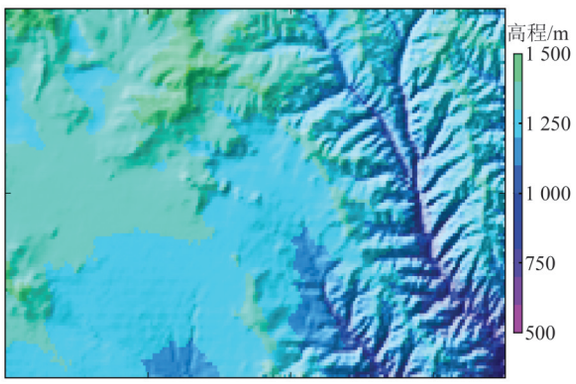


图2 毛乌素测区地形图(SRTM)

Fig. 2 Topography in Maowusu Area (SRTM)

航空重力观测使用的是塞斯纳-208型飞机,飞机上搭载了GT-2A重力测量系统和Ashtech GNSS接收机,航空重力测线之间的间距约为5 km,如图3中的红色曲线所示,观测任务共测量了21个南北方向的测线和11个东西方向的测线,南北方向的测线和东西方向的测线形成了231个交叉点。航空重力数据进行的预处理有垂直加速度改正、水平加速度改正、厄特弗斯改正、偏心改正、自由空间改正、正常重力改正、零点漂移改正、测线点的重力异常改正和频谱分析与滤波等。采用南北向测线与东西向测线形成的交叉点重力扰动观测评定了航空重力数据的内符合精度,数据处理中使用的椭球参数为GRS80椭球[40]。

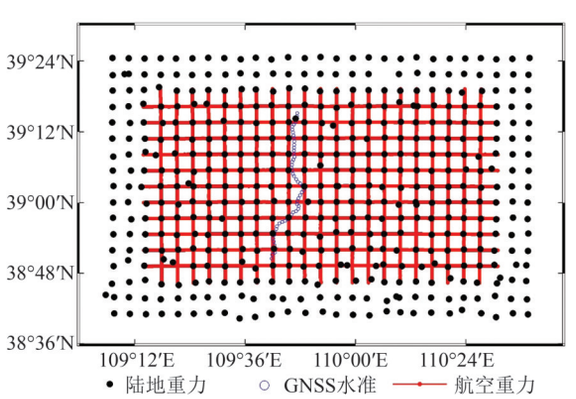


图3 陆地重力数据、航空重力数据和GNSS/水准数据的空间分布

Fig. 3 Distribution of Terrestrial Gravity Data, Airborne Gravity Data and GNSS/Leveling Data

表1是测线网平差前与平差后交叉点不符值的统计结果,统计结果显示,平差前测区交叉点

不符值的标准差为 1.70 mGal,平差后不符值的标准差为 1.39 mGal。采用地面重力数据评定了航空重力数据的外符合精度,该测区有分布均匀的地面重力数据,将地面重力数据向上延拓到航空数据格网点上,与航空数据进行比较;同时也将航空重力数据向下延拓到地面重力观测点上,与地面重力数据比较。表 2 是向上延拓与向下延拓两种方式计算的重力观测差值的统计结果,差值标准差均为 1.66 mGal。

表 1　交叉点不符值统计结果/mGal

Table 1　Statistics of Differences on Cross Points/mGal

类别	最小值	最大值	均值	标准差
平差前	−4.86	7.54	0.09	1.70
平差后	−3.93	6.56	0.02	1.39

表 2　航空与地面重力数据差值的统计结果/mGal

Table 2　Statistics of Differences Between Airborne and Terrestrial Gravity Data/mGal

计算方式	最小值	最大值	均值	标准差
向上延拓	−8.19	5.33	0.26	1.66
向下延拓	−4.82	3.48	0.03	1.66

地面重力观测使用的是 Burris 重力仪,获取了 459 个点的重力数据,地面重力数据点的平均间距约为 5 km,图 3 中的黑色点即为重力观测点。为了对模型进行检核,本次测量任务同时进行了 GNSS/水准观测,获得了 73 个 GNSS/水准点数据,所有 GNSS/水准点进行了 24 h 的 GNSS 连续观测和一等水准测量,考虑到航空重力数据向下延拓及模型构建中的边缘效应,本文选取 55 个在航空观测区域范围内的 GNSS/水准数据进行模型检验,如图 3 中蓝色点所示。

2.2　计算适用于毛乌素测区的超高阶重力场模型

本文使用毛乌素测区的航空重力数据估计 RIGM 模型的计算步骤为:

1) 航空重力数据的地心向径在 6 371 660.7～6 371 920.1 m 之间,按照§2.1 介绍的参考球面半径的选取方法,选定参考球的半径为 6 371 600.0 m;

2) 使用逆 Poisson 积分方法将航空重力数据向下延拓至参考球面,得到球面上毛乌素测区范围内 3′和 5′分辨率的重力异常数据,其中 3′是航空重力观测航线的大致间距,而 5′是当前主流超高阶重力场模型的分辨率,分别对应 3 599 和 2 159 阶,图 4(a)是参考球面上延拓得到的重力数据。

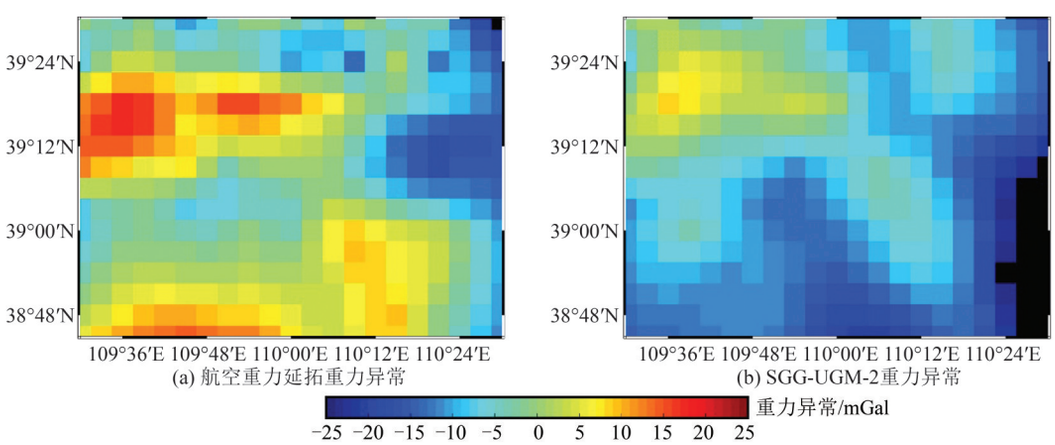


图 4　参考球面上的航空重力延拓重力异常和 SGG-UGM-2 重力异常

Fig. 4　Gravity Anomalies from Airborn Gravity Data and SGG-UGM-2 on Reference Sphere

3)本文选取 SGG-UGM-2 为计算 RIGM 的参考模型。使用参考模型计算球面上 3′和 5′分辨率的重力异常数据,将模型数据与向下延拓的重力数据融合后得到参考球面上全球分布的 3′和 5′分辨率重力异常数据,图 4(b)是参考球面上 SGG-UGM-2 的重力异常数据。

4)分别由 3′和 5′分辨率的数据使用块对角最小二乘方法计算得到 3 599 阶和 2 159 阶扰动位系数,选取 GRS80 椭球[40]为重力场模型的参考椭球,扰动位系数加上参考椭球的正常位系数即可得到最终的重力场模型系数。

本文将 3 599 阶的重力场模型命名为 RIGM-MWS-1,2 159 阶重力场模型命名为 RIGM-MWS-2。同时,由于该测区具有高分辨的地面重力测量数据,本文使用相同的方法和步骤由地面重力数据计算了毛乌素测区的局部提升模型 RIGM-MWS-3 (3 599 阶) 和 RIGM-MWS-4 (2 159 阶),根据地面重力数据的特性,计算中选取的参考球面半径为 6 370 600.0 m。

使用测区内 55 个 GNSS/水准数据点计算

了模型RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3、RIGM-MWS-4和SGG-UGM-2的高程异常误差,计算公式为:

$$\zeta(r,\vartheta,\lambda)=\frac{GM}{r\gamma}\sum_{n=2}^{N_{\max}}\left(\frac{a}{r}\right)^n\cdot \sum_{m=0}^{n}\left(\bar{C}_{nm}\cos(m\lambda)+\bar{S}_{nm}\sin(m\lambda)\right)\cdot \bar{P}_{nm}(\cos\vartheta) \tag{7}$$

式中,ζ为高程异常;γ为该点的正常重力。计算中考虑了零阶项的影响,表3给出了模型高程异常误差的统计结果,图5是模型RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3和RIGM-MWS-4高程异常误差的空间分布。

由GNSS/水准检核可知,SGG-UGM-2重力场模型在该区域的高程异常误差的均值和标准差分别为0.307、0.058 m,模型RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3、RIGM-MWS-4的高程异常误差的均值和标准差分别为−0.151 m和0.033 m、−0.171 m和0.033 m、−0.142 m和0.016 m、−0.126 m和0.025 m。SGG-UGM-2模型构建时使用全球不同区域重力数据的高程基准和重力基准的差异,造成模型高程异常存在系统偏差,高程异常误差的均值为0.307 m,融入区域航空重力数据没有完全消除该系统偏差,局部模型的系统偏差约为0.15 m。

从RIGM-MWS-1和RIGM-MWS-2的检核结果可知,融入航空重力数据后的先验模型在测区的精度得到了提高,提高的比例可达43.1%,先验模型在测区的适用性大大提高。同时,RIGM-MWS-3和RIGM-MWS-4相对参考模型的精度提高的比例可达72.4%和56.9%,对比RIGM-MWS-1和RIGM-MWS-3的检核结果以及RIGM-MWS-2和RIGM-MWS-4的检核结果可知,使用航空重力数据计算的RIGM的精度低于使用地面重力数据计算的模型,这是因为本文使用的航空重力数据的精度仍低于地面重力数据。

表3 GNSS/水准数据的检核结果/m

Table 3 Validations Results Using GNSS/Leveling Data/m

模型	最小值	最大值	均值	标准差	均方根
SGG-UGM-2	0.235	0.468	0.307	0.058	0.312
RIGM-MWS-1	−0.198	−0.057	−0.151	0.033	0.155
RIGM-MWS-2	−0.218	−0.079	−0.171	0.033	0.174
RIGM-MWS-3	−0.177	−0.118	−0.142	0.016	0.143
RIGM-MWS-4	−0.177	−0.088	−0.126	0.025	0.128

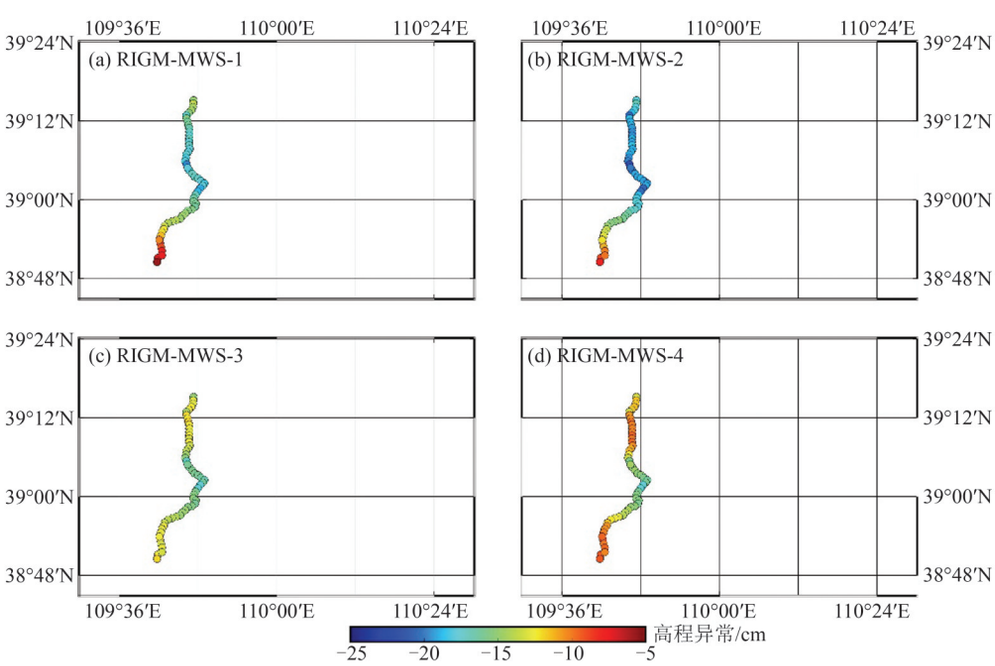


图5 模型RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3和RIGM-MWS-4高程异常误差的空间分布

Fig. 5 Height Anomaly Errors of RIGM-MWS-1, RIGM-MWS-2, RIGM-MWS-3, and RIGM-MWS-4 on Reference Sphere

对比模型RIGM-MWS-3和RIGM-MWS-4的检核结果可知,由于较高分辨率的重力场模型包含了更多的高频重力信号,因此截断误差也较小,所以模型的整体精度更高,所以为了避免模型构建造成的截断误差,要尽可能利用高分辨率的重力数据构建相应高阶次的重力场模型。当然,并不是越高阶的模型就会更优,比如对比RIGM-MWS-1和RIGM-MWS-2的检核结果可知,虽然模型分辨率不同,但精度基本没有提高,这是由于经过低通滤波后航空重力数据所包含的高频信号有限,虽然航空重力数据空间分辨率可以达到3′,但该数据并没有包含对应空间分辨率的有效高频重力信息,2 159阶次的模型已经可以很好地表达毛乌素测区观测数据中包含的有效重力信号;而利用地面重力数据的情况则不同,数据中包含了对应3′空间分辨率的有效高频信息,因此构建3 599模型可以有效表达这部分信息,因此外符合检验中RIGM-MWS-3模型精度高于RIGM-MWS-4。

3　结　语

本文研究了联合先验模型和航空重力数据计算适用于局部区域重力场模型的方法,基于逆Poisson积分向下延拓方法和块对角最小二乘方法提出了实用的解算策略,并使用毛乌素测区的航空重力数据和地面重力数据验证了提出的方法和解算策略。采用SGG-UGM-2模型为参考模型,基于毛乌素测区的航空重力数据和地面重力数据分别计算了3′和5′空间分辨率的局部提升模型RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3和RIGM-MWS-4,测区内GNSS/水准数据的检核结果表明,相比SGG-UGM-2模型,RIGM模型的大地水准面精度可分别提升43.1%、43.1%、72.4%和56.9%,充分说明了本文方法和解算策略是正确且有效的。考虑到当前航空重力观测数据的精度,使用其精化全球模型时,反演模型的最高阶次可以低于数据的空间采样,毛乌素测区3′采样的数据恢复的2 159阶次模型和3 599阶次模型的精度相当。而利用地面观测数据时,则应该尽可能解算高阶次的模型,例如毛乌素区域地面重力构建的3′空间分辨率模型精度明显优于5′空间分辨率的模型。

参　考　文　献

[1] PAVLIS N K, HOLMES S A, KENYON S C, et al. The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2012, 117(B4): B04406.

[2] Foerste C, Bruinsma S L, Abrikosov O, et al. EIGEN-6C4: The Latest Combined Global Gravity Field Model Including GOCE Data up to Degree and Order 1 949 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse[C]//EGU General Assembly Conference, Vienna, Austria, 2014.

[3] LIANG W, LI J C, XU X Y, et al. A High-Resolution Earth's Gravity Field Model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, Satellite Altimetry, and EGM2008[J]. *Engineering*, 2020, 6(8): 860-878.

[4] ZINGERLE P, PAIL R, GRUBER T, et al. The Combined Global Gravity Field Model XGM2019e[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(7): 66.

[5] Lemoine, F, Kenyon S C, Factor J, et al. The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96[R]. TP-1998-206861. Washington D C: NASA Goddard Space Flight Cent, 1998.

[6] REIGBER C, SCHWINTZER P, STUBENVOLL R, et al. A High Resolution Global Gravity Field Model Combining CHAMP and GRACE Satellite Mission and Surface Data: EIGEN-CG01C[R]. Geoforschungszentrum, 2006

[7] WEBER G, ZOMORRODIAN H. Regional Geopotential Model Improvement for the Iranian Geoid Determination[J]. *Bulletin Géodésique*, 1988, 62(2): 125-141.

[8] BAŠIĆ T, DENKER H, KNUDSEN P, et al. A New Geopotential Model Tailored to Gravity Data in Europe[C]//Gravity, Gradiometry and Gravimetry, New York: Springer, 1990: 109-118.

[9] KEARSLEY A H W, FORSBERG R. Tailored Geopotential Models: Applications and Shortcomings[J]. *Manuscripta Geodaetica*, 1990, 15(3): 151-158.

[10] 陆洋, 许厚泽. 区域高阶重力场模型与青藏地区局部位系数模型[J]. 地球物理学报, 1994, 37(4): 487-498.
LU Yang, XU Houze. The Regional Model of High-Order Gravitational Field and the Potential Coefficient Model of the Qinghai-Tibet Region[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 1994, 37(4): 487-498.

[11] Lu Y, Hsu H T, Jiang F Z. The Regional Geopotential Model to Degree and Order 720 in China[C]//IAG General Assembly, Birmingham, the United Kingdom, 1999.

[12] 石磐. 利用局部重力数据改进重力场模型[J]. 测绘学报, 1994, 23(4): 276-281.
SHI Pan. On the Improvement of Gravity Fieldmodel Using Regional Gravity Data[J]. *Acta Geodaetica et Cartographic Sinica*, 1994, 23(4): 276-281.

[13] 石磐, 夏哲仁, 孙中苗, 等. 高分辨率地球重力场模型DQM99[J]. 中国工程科学, 1999, 1(3): 51-55.
SHI Pan, XIA Zheren, SUN Zhongmiao, et al. High Resolution Earth's Gravity Field Models DQM99[J]. *Engineering Science*, 1999, 1(3): 51-55.

[14] 夏哲仁, 石磐, 李迎春. 高分辨率区域重力场模型DQM2000[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2003, 28(S1): 124-128.
XIA Zheren, SHI Pan, LI Yingchun. A New Series of High Resolution Earth's Gravity Field Models DQM2000[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2003, 28(S1): 124-128.

[15] 黄谟涛, 翟国君, 欧阳永忠, 等. 超高阶地球位模型的计算与分析[J]. 测绘学报, 2001, 30(3): 208-213.
HUANG Motao, ZHAI Guojun, OUYANG Yongzhong, et al. Analysis and Computation of Ultra High Degree Geopotential Model[J]. *Acta Geodaetica et Cartographic Sinica*, 2001, 30(3): 208-213.

[16] HUANG J L. Computational Methods for the Discrete Downward Continuation of the Earth Gravity and Effects of Lateral Topographical Mass Density Variation on Gravity and the Geoid: GGE Technical Report 216[R]. Fredericton New Brunswick: University of New Brunswick, 2002.

[17] Forsberg R, Kenyon S. Evaluation and Downward Continuation of Airborne Gravity Data: The Greenland Example[C]// International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, Calgary, Canada, 1994.

[18] 陈欣, 翟国君, 暴景阳, 等. 航空重力向下延拓的最小二乘配置Tikhonov正则化法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(4): 578-585.
CHEN Xin, ZHAI Guojun, BAO Jingyang, et al. Least Squares Collocation-Tikhonov Regularization Method for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(4): 578-585.

[19] HWANG C, HSIAO Y S, SHIH H C, et al. Geodetic and Geophysical Results from a Taiwan Airborne Gravity Survey: Data Reduction and Accuracy Assessment[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2007, 112(B4): B04407.

[20] 黄谟涛, 欧阳永忠, 刘敏, 等. 海域航空重力测量数据向下延拓的实用方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(10): 1147-1152.
HUANG Motao, OUYANG Yongzhong, LIU Min, et al. Practical Methods for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data in the Sea Area[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(10): 1147-1152.

[21] NOVÁK P, HECK B. Downward Continuation and Geoid Determination Based on Band-Limited Airborne Gravity Data[J]. *Journal of Geodesy*, 2002, 76(5): 269-278.

[22] 蒋涛, 党亚民, 章传银, 等. 基于矩谐分析的航空重力向下延拓[J]. 测绘学报, 2013, 42(4): 475-480.
JIANG Tao, DANG Yamin, ZHANG Chuanyin, et al. Downward Continuation of Airborne Gravity Data Based on Rectangular Harmonic Analysis[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2013, 42(4): 475-480.

[23] MOSAYEBZADEH M, ARDALAN A A, KARIMI R. Regional Improvement of Global Geopotential Models Using GPS/Leveling Data[J]. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2019, 63(2): 169-190.

[24] LIANG W, PAIL R, XU X Y, et al. A New Method of Improving Global Geopotential Models Regionally Using GNSS/Levelling Data[J]. *Geophysical Journal International*, 2020, 221(1): 542-549.

[25] BOLKAS D, FOTOPOULOS G, BRAUN A. Comparison and Fusion of Satellite, Airborne, and Terrestrial Gravity Field Data Using Wavelet Decomposition[J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2016, 142(2): 04015010.

[26] WU Y H, ABULAITIJIANG A, FEATHERSTONE W E, et al. Coastal Gravity Field Refinement by Combining Airborne and Ground-Based Data[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(12): 2569-2584.

[27] CHILDERS V, SMITH D E, ROMAN D, et al. NGS' GRAV-D Project: Current Update and Future Prospects[R]. AGU Fall Meeting Abstracts, 2009.

[28] JIANG T. On the Contribution of Airborne Gravity Data to Gravimetric Quasigeoid Modelling: A Case Study over Mu Us Area, China[J]. *Geophysical Journal International*, 2018, 215(2): 1308-1321.

[29] WANG Y M, BECKER C, MADER G, et al. The Geoid Slope Validation Survey 2014 and GRAV-D Airborne Gravity Enhanced Geoid Comparison Results in Iowa[J]. *Journal of Geodesy*,

2017, 91(10): 1261-1276.

[30] 刘金钊, 梁星辉, 叶周润, 等. 融合多源数据构建区域航空重力梯度扰动全张量[J]. 地球物理学报, 2020, 63(8): 3131-3143.
LIU Jinzhao, LIANG Xinghui, YE Zhourun, et al. Combining Multi-Source Data to Construct Full Tensor of Regional Airborne Gravity Gradient Disturbance[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2020, 63(8): 3131-3143.

[31] 熊盛青. 航空地球物理勘查科技创新与应用[J]. 地质力学学报, 2020, 26(5): 791-818.
XIONG Shengqing. Innovation and Application of Airborne Geophysical Exploration Technology[J]. *Journal of Geomechanics*, 2020, 26(5): 791-818.

[32] HOFMANN-WELLENHOF B, MORITZ H. Physical Geodesy[M]. New York:Springer, 2006.

[33] MARTINEC Z. Stability Investigations of a Discrete Downward Continuation Problem for Geoid Determination in the Canadian Rocky Mountains[J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 70(11): 805-828.

[34] VANÍČEK P, SUN W, ONG P, et al. Downward Continuation of Helmert's Gravity[J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 71(1): 21-34.

[35] XU S Z, YANG J Y, YANG C F, et al. The Iteration Method for Downward Continuation of a Potential Field from a Horizontal Plane[J]. *Geophysical Prospecting*, 2007, 55(6): 883-889.

[36] SEBERA J, ŠPRLÁK M, NOVÁK P, et al. Iterative Spherical Downward Continuation Applied to Magnetic and Gravitational Data from Satellite[J]. *Surveys in Geophysics*, 2014, 35(4): 941-958.

[37] XU P L. Determination of Surface Gravity Anomalies Using Gradiometric Observables[J]. *Geophysical Journal International*, 1992, 110(2): 321-332.

[38] 王兴涛, 石磐, 朱非洲. 航空重力测量数据向下延拓的正则化算法及其谱分解[J]. 测绘学报, 2004, 33(1): 33-38.
WANG Xingtao, SHI Pan, ZHU Feizhou. Regularization Methods and Spectral Decomposition for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data[J]. *Acta Geodaetica et Cartographic Sinica*, 2004, 33(1): 33-38.

[39] SLATER J A, GARVEY G, JOHNSTON C, et al. The SRTM Data "Finishing" Process and Products[J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2006, 72(3): 237-247.

[40] MORITZ H. Geodetic Reference System 1980[J]. *Bulletin Géodésique*, 1980, 54(3): 395-405.